

Tareas matemáticas para avanzar en los niveles de desempeño

Estudio Regional Comparativo
y Explicativo (ERCE 2019)

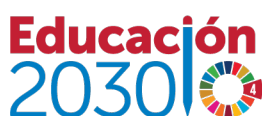
La UNESCO: líder mundial en educación

La educación es la máxima prioridad de la UNESCO porque es un derecho humano esencial y la base para consolidar la paz y el desarrollo sostenible. La UNESCO es la agencia de las Naciones Unidas especializada en educación. Proporciona un liderazgo a nivel mundial y regional para reforzar el desarrollo, la resiliencia y la capacidad de los sistemas educativos nacionales al servicio de todos los estudiantes. La UNESCO lidera los esfuerzos para responder a los desafíos mundiales actuales mediante un aprendizaje transformador, con un enfoque especial en la igualdad de género y África a través de todas sus acciones.



La Agenda Mundial de Educación 2030

En calidad de organización de las Naciones Unidas especializada en educación, la UNESCO ha recibido el encargo de dirigir y coordinar la Agenda de Educación 2030. Este programa forma parte de un movimiento mundial encaminado a erradicar la pobreza mediante la consecución, de aquí a 2030, de 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible. La educación, fundamental para alcanzar todos estos objetivos, cuenta con su propio objetivo específico, el ODS 4, que se ha propuesto *“garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos”*. El Marco de Acción de Educación 2030 ofrece orientación para la aplicación de este ambicioso objetivo y sus compromisos.



Publicado en 2024 por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 7, place de Fontenoy, 75352 París 07 SP, Francia y la Oficina Regional Multisectorial de la UNESCO en Santiago, Enrique Delpiano 2058, 7511019 Santiago, Chile.

© UNESCO 2024



Esta publicación está disponible en acceso abierto bajo la licencia Attribution-ShareAlike 3.0 IGO (CC-BY-SA 3.0 IGO) (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/igo/>). Al utilizar el contenido de la presente publicación, los usuarios aceptan las condiciones de utilización del Repositorio UNESCO de acceso abierto (<https://www.unesco.org/es/open-access/cc-sa>).

Los términos empleados en esta publicación y la presentación de los datos que en ella aparecen no implican toma alguna de posición de parte de la UNESCO en cuanto al estatuto jurídico de los países, territorios, ciudades o regiones ni respecto de sus autoridades, fronteras o límites.

Las ideas y opiniones expresadas en esta obra son las de los autores y no reflejan necesariamente el punto de vista de la UNESCO ni comprometen a la Organización.

Fotografía de cubierta: Creativeart / Freepik.

Íconos e ilustraciones: Paola Merino Herrera y Freepik.

Coordinación general: Lorena Meckes y Mariela Rivera.

Autores: Francisco Rojas, Claudia Cornejo y Francisca Manríquez.

Edición y diseño: Paola Merino Herrera.

El siguiente apartado tiene como propósito entregar a las y los docentes orientaciones didácticas para que el alumnado avance o transite entre los niveles de desempeño del estudio ERCE 2019.

Se ha diseñado un esquema de secuencias de enseñanza que el cuerpo docente puede profundizar y extender. Dichas secuencias comprenden tareas matemáticas sucesivas que tienen como fin abordar un contenido matemático específico. Para diseñar estas secuencias, se han desagregado los indicadores de cada nivel de desempeño del estudio ERCE 2019, para tercer y sexto grado, según el dominio matemático en juego. Es importante señalar que la secuencia propuesta para cada dominio y grado es una de las muchas formas posibles de alcanzar el nivel más alto de desempeño en cada uno.

Para tercer grado se presenta la secuencia de aprendizaje asociada al dominio magnitudes y medidas y para sexto grado, el dominio “Geometría”. Así, se proponen tres tareas matemáticas claves para transitar entre el Nivel I y II de desempeño, entre el Nivel II y III y finalmente entre el Nivel III y IV.

En cada secuencia se consideran tres transiciones:




De las tres tareas matemáticas propuestas para cada transición se desarrollará una de ellas en este documento, considerando las variables didácticas y las condiciones matemáticas en que se implementan, el momento de la clase en que se realizarán, posibles anticipaciones de la gestión de aula, así como el nivel de demanda cognitiva exigida a los estudiantes.

Actividades para tercer grado



Actividad de aprendizaje para la Tarea matemática 1 (Nivel I a Nivel II) del dominio magnitudes y medidas.

Para esta transición, se presentan las tareas matemáticas de la tabla siguiente, y se desarrollará la **Tarea matemática 1: medir la longitud de objetos usando unidades de medida convencional**.

Nivel I	Tarea matemática 1	Tarea matemática 2	Tarea matemática 3	Nivel II
Estimar la longitud de objetos del entorno usando unidades de medida no convencionales.	 <i>Desarrollo en la página siguiente</i> Medir la longitud de objetos usando unidades de medida convencional (centímetros y metros).	Estimar la longitud de objetos del entorno usando unidades de medida convencional.	Evaluar los procesos de medición de longitudes realizados por otros.	Identificar unidades de medida o instrumentos más adecuados para medir magnitudes de un objeto o identificar magnitudes medidas por un instrumento.

La actividad de aprendizaje para esta tarea matemática se basa en la medición de distintos objetos, para luego avanzar hacia la comparación de las mediciones realizadas por varios estudiantes. Se espera que ellas y ellos reflexionen sobre las características de los objetos medidos y la relación con la selección del instrumento de medición. En el desarrollo de esta actividad se han considerado cuatro variables didácticas: **ámbito numérico, características de los objetos, disponibilidad de los objetos e instrumentos usados para medir los objetos**, las que están descritas en la tabla 1.

Tabla 1. Variables didácticas de la actividad para la Tarea matemática 1

Variable didáctica	Condiciones de realización
Ámbito numérico de las mediciones	Menor que un metro/mayor que un metro
Características de los objetos	Dimensión del objeto: 2D/3D - planos/curvos
Disponibilidad de los objetos	Concretos/pictóricos (en papel)
Instrumentos de medición	Regla 
	<div>Cinta métrica para construcción  </div> <div>Cinta métrica para costura  </div>



Primer momento

Durante el **primer momento** de la actividad, trabajo individual, se le presentan distintos objetos a las y los estudiantes para que los midan seleccionando y usando los instrumentos disponibles para aquello. La pregunta que orienta este momento es:

¿Cuál es la medida de los siguientes objetos? y con ella se espera que los estudiantes:







- (i) seleccionen el instrumento de medición que consideren más adecuado según el objeto,
- (ii) lo midan y
- (iii) escriban la longitud de cada uno indicando el número y la unidad de medida correspondiente.

Los objetos a medir estarán disponibles físicamente o serán representados en la hoja de trabajo pictóricamente. De forma concreta, se les solicitará que midan objetos de más y menos que un metro, con superficies curvas y planas: el escritorio del profesor, una barra de pegamento y su libro de texto. De forma pictórica se propone la medición de objetos con líneas rectas y curvas para poner en juego las estrategias de medición desplegadas en cada caso.

El o la docente debe indicar qué objetos se medirán usando el recurso concreto y cuáles, el pictórico. Además, cada estudiante debe seleccionar el instrumento más pertinente para realizar la medición, por lo tanto, se debe disponer de reglas, huinchas de medir y cintas métricas en el aula.

La figura 1 muestra una propuesta de ficha de trabajo a desarrollar por el alumnado en este momento, donde se representan pictóricamente todos los objetos con el objetivo de que puedan registrar sus resultados y el instrumento que usaron para resolver la actividad. Durante este momento, el o la docente debe facilitar los recursos de la actividad y monitorear el trabajo realizado por cada estudiante sin evaluar el resultado de sus mediciones, identificando quién tiene dificultades para abordar el proceso de forma exitosa.

Figura 1. Ficha momento de trabajo individual transición 1 de tercer grado.

¿Cuáles son las medidas de los siguientes objetos?		Usa los instrumentos de medición que consideres más adecuados para realizar cada medición. Escribe la longitud de cada objeto indicando el número, la unidad de medida correspondiente y el instrumento que usaste.			
					
Escritorio	Barra de pegamento	Libro de texto	Estrella	Rectángulo	Corazón
¿Qué parte medí? _____	¿Qué parte medí? _____	¿Qué parte medí? _____	¿Qué parte medí? _____	¿Qué parte medí? _____	¿Qué parte medí? _____
¿Qué instrumento usé? _____	¿Qué instrumento usé? _____	¿Qué instrumento usé? _____	¿Qué instrumento usé? _____	¿Qué instrumento usé? _____	¿Qué instrumento usé? _____
¿Cuánto midió? _____ cm/m	¿Cuánto midió? _____ cm/m	¿Cuánto midió? _____ cm/m	¿Cuánto midió? _____ cm/m	¿Cuánto midió? _____ cm/m	¿Cuánto midió? _____ cm/m

Freepik

**Segundo momento**

En el **segundo momento** de la actividad, en duplas, las y los estudiantes se reúnen con un compañero o compañera y comparan las mediciones realizadas por cada uno. Se proponen las siguientes preguntas para la discusión y argumentación de los resultados y se sugiere que las tengan disponibles para poder orientar la discusión:

Estas preguntas buscan distintas comprensiones parciales del proceso de medición que se desarrolla en la actividad. Por ejemplo, entre la primera y segunda pregunta, la diferencia es el objeto medido: en un caso una línea recta en una superficie plana, y en otro, una superficie curva. O bien, la tercera pregunta apunta precisamente a saber si las y los estudiantes adecuaron el instrumento según el objeto medido:

la regla sirve para medir el ancho de la mesa, pero es menos útil y precisa para calcular el contorno de la barra de pegamento (al ser circular). La contrastación de esto debe llevar a darse cuenta de sus preconceptos sobre la medición.

En este momento, el cuerpo docente debe monitorear el trabajo y observar el desarrollo de la discusión entre las duplas. Si observa que una dupla de trabajo no interactúa alrededor de las preguntas propuestas, debe acercarse y evaluar en qué momento de la discusión se encuentran y plantear las preguntas antes mencionadas para recopilar información y explorar el razonamiento.

Por otro lado, si se evidencia profundidad en la discusión, se deben formular preguntas para alentar la reflexión y la justificación, tales como: ¿por qué existirán diferencias entre las mediciones realizadas si medimos el mismo objeto? Además, se deben identificar los elementos con más dificultades en la medición (curvos y con líneas cerradas) y duplas de estudiantes con distintos niveles de desempeño para, en el tercer momento de la actividad, promover la discusión y argumentación de las posiciones de cada uno o una.

- ¿Cómo mediste la longitud del escritorio?, ¿qué parte del escritorio? (Si no midieron las mismas partes, deben medirlas y contrastar los resultados obtenidos).
- ¿Hiciste lo mismo con la barra de pegamento y los otros objetos?
- ¿Qué instrumentos de medición usaste en cada caso?, ¿por qué?
- ¿Qué objeto fue más fácil o difícil de medir?, ¿por qué?
- En caso de diferencias, decidan cuál es la medición correcta considerando el número, la unidad de medida utilizada y el instrumento de medición.



Rastudio / Freepik.com



Tercer momento

En el **tercer momento**, en gran grupo, se espera que todas y todos se reúnan y compartan las conclusiones del trabajo en duplas, contrastando los resultados de sus mediciones, reflexionando sobre los criterios de selección y pertinencia de los instrumentos de medición, estableciendo relaciones entre el número de la medida y su unidad.

Se sugieren las siguientes preguntas para orientar la presentación, discusión y argumentación de los resultados obtenidos:



En esta oportunidad, las preguntas están orientadas a reflexionar sobre las decisiones tomadas en el proceso de medición, en particular sobre el objeto estudiado, el instrumento utilizado y la medida resultante.

Para terminar esta actividad, sistematice algunas **ideas clave**:



- No se miden todos los objetos con el mismo instrumento.
- No todos los objetos requieren de la misma unidad de medida para dar cuenta de sus dimensiones.
- Para seleccionar el instrumento de medición más adecuado se deben considerar las características del objeto. Por ejemplo, si se quiere medir la del profesor, una regla es el instrumento menos adecuado para hacerlo pues la mesa mide más de un metro. Por lo tanto, una huincha de medir es más adecuada por su estructura rígida y unidades de medida.
- Los objetos curvos son más difíciles de medir que los planos.
- Existe una relación entre la unidad de medida usada y la dimensión del objeto medido.



Actividad de aprendizaje para la Tarea matemática 4 (Nivel II a Nivel III) del dominio magnitudes y medidas

Para la segunda transición, **de Nivel II a Nivel III**, en tercer grado en el dominio de magnitudes y medidas, la tabla siguiente muestra otras tres tareas matemáticas. En esta secuencia se considera el paso desde la identificación de unidades de medida e instrumentos hacia la resolución de problemas simples y la conversión de unidades de longitud.

En la **Tarea matemática 4: resolver problemas simples que involucran longitudes de objetos cotidianos** se profundiza en una propuesta para esta segunda transición, la que considera la resolución de problemas de longitudes usando las unidades de medida convencional centímetros y metros. Este conjunto de tres tareas matemáticas descompone el Nivel III, permitiendo avanzar en comprensión de medida de longitudes, como aquella magnitud más familiar para las y los estudiantes, para pasar a masa, cuya medida es indirecta, ya que lo que se mide es el peso, terminando por realizar conversiones de longitud, lo que implica usar variables auxiliares y comparaciones.



La actividad asociada a la **Tarea matemática 4** contempla la resolución de problemas de longitud. En ella, se propone que las y los estudiantes:

- (i) lancen dos objetos con distintas características,
- (ii) estimen la distancia a la que fueron lanzados,
- (iii) midan esta distancia usando distintos instrumentos (no convencionales y convencionales),
- (iv) comparen las mediciones realizadas, y
- (v) reflexionen sobre la relación entre el objeto lanzado, el lanzador, las estimaciones y medidas realizadas y la respuesta.

El problema alrededor del cual gira esta actividad enfrenta a las y los estudiantes a una situación nueva, aunque accesible a la mayor parte de ellas y ellos, ante la cual no disponen de procedimientos inmediatos para su resolución. Así, el problema es abierto pues admite varios enfoques para su resolución y no única, y admite también soluciones parciales lo que resulta particularmente útil para trabajarlo en clases, donde los ritmos de aprendizaje son distintos (Isoda y Olfos, 2009).

La complejización de las variables de esta tarea están descritas en la tabla 2 y consideran la magnitud en juego, la unidad de medida usada, el ámbito numérico de las mediciones y el tipo de conversión realizada.

Tabla 2. Variables didácticas de la actividad para la Tarea matemática 4

Variable didáctica	Condiciones de realización	
Magnitud	Longitud - masa	
Unidad de medida	Centímetros / metros Gramos / kilogramos	
Ámbito numérico de las mediciones	Menor / mayor que un metro Menor / mayor que un kilogramo	
Tipo de conversión	De centímetros a metros / de metros a centímetros De gramos a kilogramos / de kilogramos a gramos	
Objetos dentro de la bolsa para lanzar	Porotos (guisantes) 	Pelota de tenis 
Instrumentos de medición	No convencionales	
	Convencionales	
	Regla 	
	Cinta métrica para construcción 	Cinta métrica para costura 

Freepik

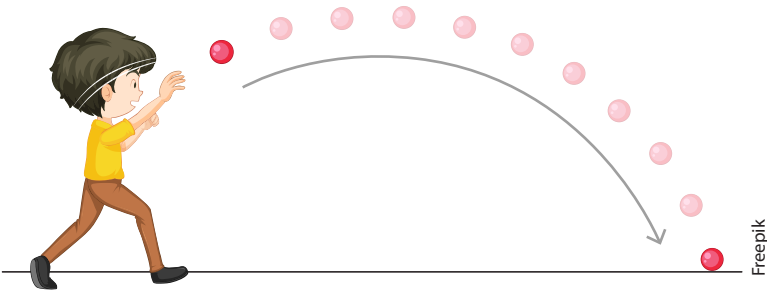


Primer momento

En el **primer momento** de esta actividad, individualmente cada estudiante debe lanzar dos objetos: una pelota de tenis y una bolsa con porotos o guisantes (aproximadamente 100 gramos). Una vez realizados los lanzamientos, deberá estimar la distancia a la que llegaron y luego medirla, seleccionando un instrumento adecuado y registrando sus resultados. Para el desarrollo de esta actividad el o la docente debe disponer a su grupo de estudiantes en un lugar abierto para la realización de los lanzamientos individuales de los objetos. Además, debe hacer hincapié en la identificación de la distancia a medir (figura 2) en cada uno.

Después de cada lanzamiento, el o la estudiante debe estimar la longitud y registrarla para luego seleccionar un instrumento, medirlo y registrarlo, indicando la unidad de medida correspondiente. Para complejizar la situación, se solicita que se realicen dos lanzamientos de cada objeto (cuatro en total), de modo de dar oportunidades de realizar comparaciones entre estimaciones y mediciones. En la figura 3 se propone una ficha de registro de las mediciones individuales.

Figura 2. Lanzamientos en la actividad para la Tarea matemática 4





Freepik

Figura 3. Ficha momento de trabajo individual transición 2 de tercer grado.

¿Hasta dónde llegó?

1. Párate sobre un punto y lanza los objetos lo más lejos que puedas
2. Estima qué tan lejos llegó el objeto y regístralo
3. Mide la distancia seleccionando un instrumento de medición adecuado y regístralo

	Lanzamiento	Estimación	Medición	Instrumento
	1º	_____ (cm/m)	_____ (cm/m)	_____
	2º	_____ (cm/m)	_____ (cm/m)	_____
	Lanzamiento	Estimación	Medición	Instrumento
	1º	_____ (cm/m)	_____ (cm/m)	_____
	2º	_____ (cm/m)	_____ (cm/m)	_____

En este momento, el o la docente debe actuar como facilitador de los materiales y asegurarse de que todos sus estudiantes hayan comprendido las instrucciones, enfatizando en la identificación del inicio y fin de la medición. Para esto, se puede utilizar tiza o cinta de enmascarar de diferentes colores en el suelo. Para terminar este momento, se proponen las siguientes preguntas para pensar sobre los resultados obtenidos:

- ¿Cuál fue tu estimación del primer lanzamiento de la pelota/bolsa de porotos (guisantes)?
- ¿Qué instrumento de medida seleccionaste para medir la distancia del primer lanzamiento y por qué?
- ¿Cuál es la diferencia numérica entre tu estimación y medición de la distancia de la bolsa/bolsa?
- ¿Qué resultados obtuviste en el segundo lanzamiento?
- ¿Las mediciones son las mismas para ambos lanzamientos del mismo objeto?

Estas preguntas están orientadas a la comparación entre estimación de la medida y el proceso de medición en sí. Esto es clave desarrollarlo con las y los estudiantes para que el sentido de la medida se afiance, preparándolos para acciones más complejas como la evaluación del error de la medida.



Segundo momento

En el **segundo momento**, el alumnado debe reunirse con otro compañero o compañera y comparar las estimaciones y mediciones realizadas. Se sugieren las siguientes preguntas para activar la discusión:

En este momento, el rol del o de la docente es promover la discusión entre las duplas de trabajo e identificar aquellas con resultados que favorezcan la discusión (correctos, incorrectos). Por ejemplo, es interesante ver cómo conciben la relación entre estimación y medición efectiva, permitiendo indagar en la exactitud de la estimación y el margen y significancia del error.

- ¿Cómo son nuestras estimaciones y mediciones?
Se les invita a comparar las mediciones realizadas para cada objeto.
- ¿Qué relación existe entre las estimaciones y las mediciones realizadas?, ¿son iguales, diferentes?, ¿por qué pasará esto?
- ¿Hay diferencias entre las mediciones y estimaciones realizadas en el primer y el segundo lanzamiento?, ¿por qué crees que pasa esto?



En el caso de que el grupo de estudiantes tenga una baja interacción, debe invitarles a compartir sus resultados y compararlos. Si avanzan con la discusión debe proponerles preguntas para profundizar en el conocimiento, tales como:

- Si medimos las distancias recorridas por los mismos objetos, ¿por qué tendremos resultados diferentes en los diferentes lanzamientos?
- ¿Cuál es la diferencia entre estimar y medir?



Tercer momento

El **tercer momento**, en gran grupo, tiene como objetivo contrastar los resultados obtenidos para discutirlos y cuestionarlos. Para esto, el o la docente debe invitar a sus estudiantes a presentar sus principales conclusiones en torno a las preguntas abordadas en el segundo momento. Luego, y para finalizar, debe cuestionarlos sobre la relación entre la estimación y la medición y los resultados obtenidos en los lanzamientos.

De los dos lanzamientos, ¿qué medición es la correcta?, ¿por qué?

¿Qué relación existirá entre estimar y medir longitudes?

Si medimos las distancias recorridas por los mismos objetos, ¿por qué tenemos distintos resultados?

¿Qué relación hay entre las distancias registradas entre los diferentes lanzamientos?

¿Cuál es la distancia correcta, la de la estimación o de la medición?, ¿hay alguna diferencia entre ellas?

¿Cómo podemos comunicar correctamente la distancia del lanzamiento?, ¿será mejor usar la estimación o la medición de la longitud?

¿Qué pasaría si uso la misma fuerza para lanzar la bolsa y la pelota, la distancia sería la misma?, ¿cómo lo podrías llegar a saber?

Para finalizar esta actividad, sistematice algunas **ideas clave**:



- Cuando se estiman longitudes, mentalmente te estás comparando con un patrón que es conocido, por ejemplo, tu propia estatura. Si se sabe cuánto mides y comparas con la altura de una puerta puedes saber que ella es mayor que tu altura.
- Para estimar se formula una aproximación de la distancia mientras que para medir se toma una medida o magnitud de forma precisa usando distintos instrumentos.
- A diferencia de lo que se está acostumbrado, estas mediciones de longitud no tienen una sola respuesta pues dependen de varios factores. El primero, es la fuerza del lanzamiento, es decir, la longitud será mayor mientras más fuerza aplique el lanzador. El segundo, son las características de los objetos lanzados pues se puede usar la misma fuerza para lanzar la bolsa y la pelota, pero esta última es curva y rodará a diferencia de la bolsa, que no lo hace. Como la pelota rueda, es probable que la longitud sea mayor que la del lanzamiento de la bolsa, que no lo hace.



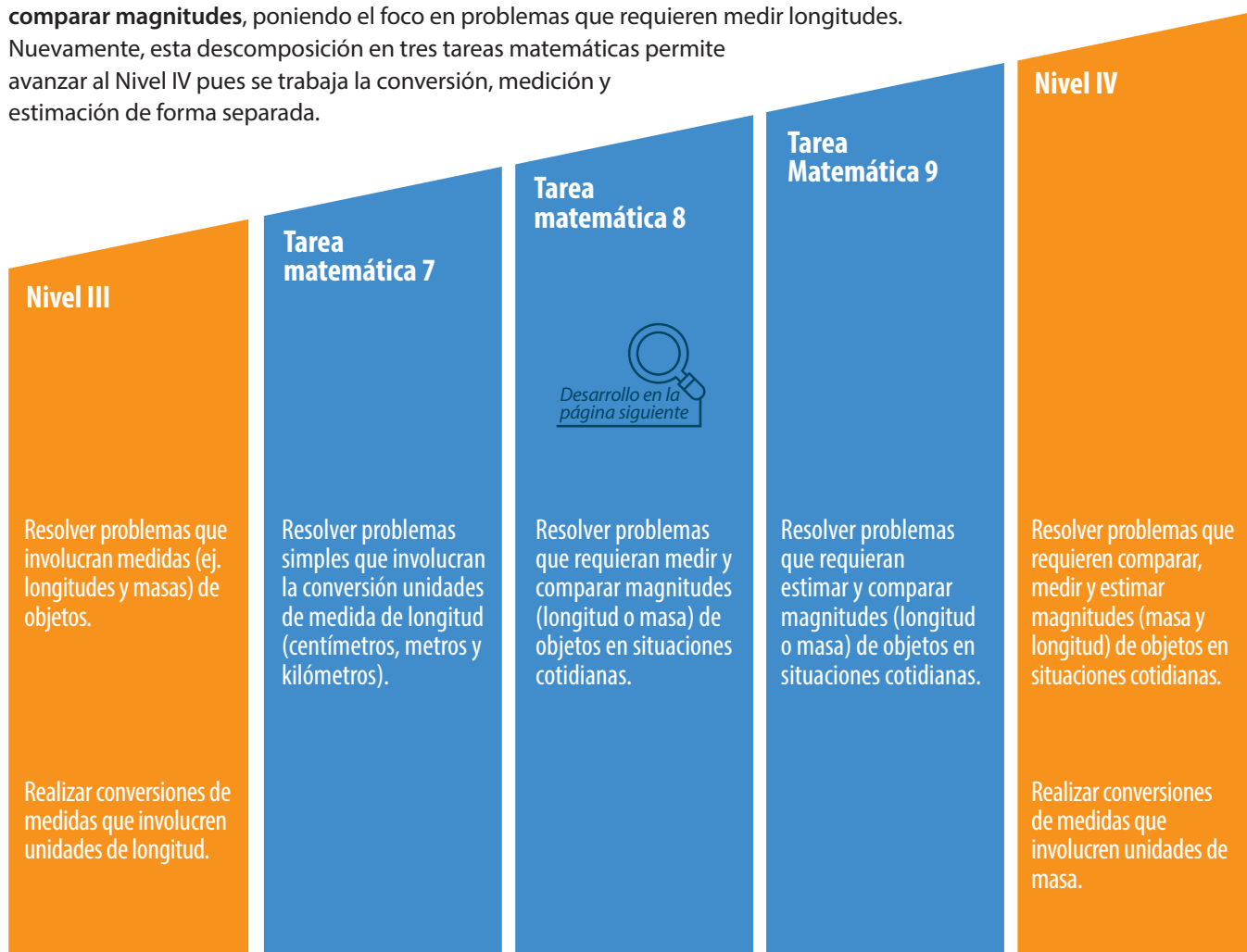
Actividad de aprendizaje para la Tarea matemática 8 (Nivel III a Nivel IV), dominio magnitudes y medidas

Por último, en la siguiente tabla, se señalan tres tareas matemáticas propuestas para la tercera transición en tercer grado en el dominio de magnitudes y medidas, de **Nivel III a Nivel IV**.

Esta secuencia se basa en la resolución de problemas que involucran longitudes y masas de objetos: Primero, para resolver los problemas se debe realizar la conversión de unidades de longitud y luego se avanza en la resolución asociada a la medición, estimación y comparación de magnitudes de longitud y masa.

Para esta transición, se desarrolla la **Tarea matemática 8: resolver problemas que requieran medir y comparar magnitudes**, poniendo el foco en problemas que requieren medir longitudes.

Nuevamente, esta descomposición en tres tareas matemáticas permite avanzar al Nivel IV pues se trabaja la conversión, medición y estimación de forma separada.



En esta actividad se espera que las y los estudiantes:

- (i) midan un objeto elástico y se enfrenten al desafío de tomar decisiones para llegar a la respuesta,
- (ii) evalúen los resultados de las mediciones de otros y tomen una posición al respecto basándose en su propio desempeño y experiencias, e
- (iii) identifiquen que medir es un proceso que debe considerar las características del objeto medido y el instrumento de medición a utilizar.

Las variables didácticas que permitirán complejizar esta actividad están descritas en la tabla 3 y dicen relación con la magnitud medida, las características de los objetos medidos, las unidades de medida usadas, el ámbito numérico, el tipo de conversión y los instrumentos de medición utilizados.

Tabla 3. Variables didácticas de la actividad para la Tarea matemática 8

Variable didáctica	Condiciones de realización		
Magnitud	Longitud - masa		
Características físicas de los objetos medidos	Elasticidad / rigidez / volumen		
Unidad de medida	Centímetros / metros Gramos / kilogramos		
Ámbito numérico de las mediciones	Menor / mayor que un metro Menor / mayor que un kilogramo		
Tipo de conversión	De centímetros a metros / de metros a centímetros De gramos a kilogramos / de kilogramos a gramos		
Instrumentos de medición	Longitud: cinta métrica para construcción	Longitud: cinta métrica para costura	Masa: balanza / pesa
			

Fuente: Freepik

**Primer momento**

En el **primer momento**, individual, el o la docente le entrega a cada estudiante un elástico y le pide que mida su longitud usando una regla de 30 centímetros.

Para realizar esta medición, el profesor o la profesora debe invitar a sus estudiantes a ser creativos y a intervenir el elástico como mejor les parezca. En este momento, el cuerpo docente debe identificar distintas estrategias para medir este objeto, considerando diversos resultados. Para terminar este momento, debe pedirles a sus estudiantes que indiquen qué resultados obtuvieron, evitando evaluarlos y enfatizando la variedad de respuestas que tiene esta medición.



Fuente: Paola Merino Herrera

**Segundo momento**

Luego, para el **segundo momento**, el profesor o la profesora les pide a sus estudiantes que armen duplas de trabajo y que lean una situación en la que dos personas realizan la misma medición de un elástico que ellos realizaron y discutan sus resultados (figura 4).

Figura 4: Ficha momento de trabajo en duplas transición 3 de tercer grado.

¿Distintas medidas, mismo objeto?		
Fabián y Pilar están midiendo distintos objetos. Uno de estos es un elástico. Observa el proceso de medición de cada uno y decide quién midió correctamente. Justifica tu selección y discute tus ideas con tu compañero o compañera.		
 <p>Fuente: Paola Merino</p>	 <p>Fabián</p> <p>"Para medir el elástico, lo corté y luego lo puse sobre la regla para medirlo".</p>	 <p>Pilar</p> <p>"Para medir el elástico, también lo corté pero antes de usar la regla, lo estiré lo más que pude y luego lo medí".</p>

Después de observar la ficha, se presentan las siguientes preguntas para promover la discusión entre las duplas:

En este momento, el profesor o la profesora debe monitorear la discusión de las duplas y promoverla en caso de que no sea productiva. Para esto, debe acercarse a cada una y evaluar su discusión.

En particular, se debe poner atención en cómo explican el procedimiento de medición, y si consideran las características del objeto medido (elástico estirado o no). Si la discusión no avanza según lo esperado, se sugiere que el cuerpo docente les pida a las y los estudiantes evocar su propia experiencia midiendo el elástico y estableciendo relaciones entre esto y las respuestas entregadas por Fabián y Pilar.

- ¿Cuánto mide el elástico según Fabián?
- ¿Cuánto mide el elástico según Pilar?
- Explica el procedimiento que usó cada uno para medir.
- ¿Cuál es la diferencia entre los resultados de las mediciones?
- Si ambos niños midieron dos elásticos con las mismas características, ¿cuál de los dos midió bien y por qué?
- Explica tu respuesta y discútela con tu compañero o compañera. Intenten llegar a un acuerdo.



Fuente: Paola Merino Herrera



Tercer momento

En el **tercer momento**, las duplas deben presentar sus ideas sobre los procedimientos de Pilar y Fabián en el gran grupo. El profesor o la profesora les invita a indicar con quién están de acuerdo y registra el conteo en la pizarra. Además, les pide que expliquen su posición y den cuenta de las razones que les permitieron tomar

una decisión. Para el desarrollo de este momento, se sugieren las siguientes preguntas:

¿Por qué están de acuerdo con la medición de Fabián o Pilar?

si ambos miden desde el cero?
¿Qué debemos considerar al medir un objeto?

¿Estuvieron de acuerdo inmediatamente con la posición adoptada o discutieron

al respecto?
¿Por qué creen que los niños y las niñas obtienen distintas medidas,

Estas preguntas ponen el acento en la argumentación que el grupo ha de construir en base al conocimiento que han generado en el proceso de medición, considerando el uso adecuado del instrumento de medida (la regla) y las condiciones del objeto medido (elástico).

Para finalizar esta actividad, sistematice algunas ideas clave:



- Pilar y Fabián midieron bien el elástico, pero para hacerlo tomaron decisiones diferentes. Ambos cortaron el elástico de la misma manera, pero Fabián no lo estiró y Pilar sí.
- Para medir la longitud de un objeto no basta con “medir bien”, es necesario considerar las características del objeto medido, en este caso, su elasticidad.
- Las características del objeto a medir y las decisiones tomadas por cada uno, condicionan el resultado obtenido. Por lo tanto, no hay una única respuesta correcta. Incluso al estirar el elástico podemos obtener distintas longitudes en consideración de la fuerza que cada uno puede ejercer sobre él.

Actividades para sexto grado



Actividad de aprendizaje para la Tarea matemática 1 (Nivel I a Nivel II), dominio de geometría

Para transitar de **Nivel I a Nivel II** en sexto grado, en la siguiente tabla se señalan tres tareas matemáticas propuestas para el dominio de geometría. En esta secuencia se considera, al inicio, la construcción de ideas matemáticas claves relacionadas con el perímetro y su definición para todo tipo de figuras, y transita hacia el cálculo del perímetro de polígonos regulares e irregulares.

Para esta transición, se desarrolla una actividad de aula para trabajar la **Tarea matemática 1: distinguir nociones claves en la construcción del perímetro de figuras**, poniendo el foco en el perímetro de las figuras geométricas 2D como medio para comprenderlas. Esto permite transitar entre estos niveles, ya que la identificación de las características de cuerpos pasa por conocer su forma, y un indicador de aquellos es el perímetro. Además, esto permitirá sentar las bases para la comprensión de la diferencia entre perímetro y área, cuestión que los siguientes niveles exigen ser capaces de explicar.

Nivel I	Tarea matemática 1	Tarea Matemática 2	Tarea Matemática 3	Nivel II
Identificar cuerpos geométricos redondos (cono, cilindro) en objetos del entorno. Relacionar una representación en perspectiva con sus posiciones relativas en un plano o mapa.	Distinguir nociones claves en la construcción del perímetro de figuras. 	Medir el perímetro de figuras en dos dimensiones.	Calcular el perímetro de polígonos regulares.	Relacionar objetos del entorno con polígonos o cuerpos geométricos. Resolver problemas que requieran utilizar características de cuerpos geométricos (ej. caras) para proponer soluciones de acuerdo al contexto. Calcular perímetros de polígonos regulares e irregulares.

La actividad de aprendizaje que se propone para la Tarea matemática 1 tiene como objetivo la identificación de nociones claves al abordar el perímetro de las figuras geométricas. Para esto, se propone el estudio de figuras geométricas no convencionales o prototípicas para poner a prueba la idea de “borde” con la que esperamos construir la definición de perímetro.

Para abordar esta tarea, se han considerado las siguientes variables didácticas (tabla 4).

Tabla 4. Variables didácticas de la actividad para la Tarea matemática 1

Variable didáctica	Condiciones de realización
Tipo de figura medida	Con líneas rectas/ con líneas curvas
Características del borde de la figura	Simple Compuesta



Primer momento

Para el **primer momento** de la actividad, individualmente cada estudiante debe observar las figuras presentadas en la ficha de trabajo, identificar cuál es el borde de cada una de ellas y marcarlo con algún lápiz de color. El desafío de este primer momento es definir la idea de borde y tomar una decisión sobre cuál sería el de cada una de las figuras mostradas. En la figura 5, proponemos la ficha de trabajo a utilizar.

Figura 5. Ficha momento de trabajo individual transición 1 de sexto grado

¿Cuál es el borde?

Observa las siguientes figuras y marca, usando un lápiz de color, cuál es el borde de cada una

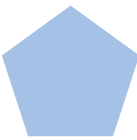


Figura A




Figura B




Figura C

En este momento, el profesor debe identificar el desempeño de las y los estudiantes considerando sus respuestas, sin intervenir o evaluarlas. En este punto es clave poner atención en cómo identifican el borde en la figura B, si consideran solo el exterior o también el interior. A continuación, ha de formar las duplas de trabajo para el siguiente momento.



Segundo momento

Para el **segundo momento** en duplas, el alumnado debe discutir los resultados anteriores con otro compañero o compañera considerando: (i) su definición de borde y (ii) lo que han marcado como borde en cada una de las figuras.

Para esto, se propone que discutan alrededor de las siguientes preguntas:

Se espera que, en este momento, el rol del profesor o la profesora esté asociado a la promoción de la discusión entre sus alumnos. Para esto, se sugiere que monitoree el estado de la discusión, paseándose por el aula y realizando preguntas para motivar la comunicación de las ideas envueltas en el primer momento. Si la discusión no avanza o es escasa, el profesor o la profesora debe realizar alguna de las preguntas de la actividad especificándola para alguna de las figuras dadas (A, B o C) e invitando a la confrontación de los resultados e ideas de los miembros de la dupla de trabajo.

- ¿Qué marcaste como borde en cada una de las figuras?
- ¿Por qué tomaste esa decisión en cada caso?



Fuente: Paola Merino Herrera

Es probable que en la Figura B sea donde más discrepancia exista entre las y los integrantes de la dupla, y entre ellas. Por ello, el profesor o la profesora debe identificar a las duplas de trabajo con distintos niveles de desempeño y reflexión alrededor de la tarea para que, en el tercer momento en gran grupo, les solicite compartir sus ideas.



Tercer momento

Durante el **tercer momento**, se espera que las duplas compartan y discutan sus respuestas con todo el grupo, mediadas por las preguntas del cuerpo docente, y reflexionen en torno a la tarea. En este momento el profesor o la profesora les solicita, a las duplas identificadas en el momento anterior, que compartan sus respuestas y las enfrenten a las de los otros compañeros y compañeras con respuestas o razonamientos diferentes. Para ello, se sugiere que se pregunte sobre qué marcaron como borde en cada una de las figuras.

Para abordar las respuestas asociadas a esta pregunta, se sugiere proyectar la imagen de la ficha de trabajo y las figuras sobre la pizarra del aula y pedirles a las y los estudiantes que marquen, usando marcadores o tizas de color, el borde de la figura en cada caso. A partir de ello plantee las siguientes preguntas:

De las figuras dadas, ¿son todos los bordes iguales?, ¿tomaste las mismas decisiones para determinar el borde en cada una?

¿Qué definición de borde usaste en cada caso?

¿Te costó identificar el borde de alguna figura en específico?, ¿cuál y por qué?

¿Por qué tomaste esa decisión en cada caso? Explícanos.

Luego, se sugiere enfrentar los procedimientos, usando preguntas como:

¿Se usó la misma idea de borde en todos los casos?

¿Qué diferencias hay en los bordes marcados por todas las duplas?

Miremos la figura B, ¿cuál sería su borde y por qué?

Este conjunto de preguntas busca profundizar en la definición implícita de borde que están poniendo en acción las y los estudiantes. Esto es clave para problematizar la definición de perímetro que se usará en las siguientes transiciones.

Para finalizar esta actividad, el profesor o la profesora sistematiza algunas **ideas clave**:




- Definición: el perímetro de una figura plana es la medida que tiene su contorno (Reyes et al., 2013).
- Todas las figuras de dos dimensiones tienen perímetro, sin importar si sus líneas son curvas, rectas o una mezcla de ambas.
- En el caso de la Figura B, el perímetro es tanto el contorno exterior como el interior.



Actividad de aprendizaje para la Tarea matemática 5 (Nivel II a Nivel III), dominio de geometría

Para la transición de **Nivel II a Nivel III** en sexto grado, en la siguiente tabla se señalan otras tres tareas para avanzar desde el cálculo de perímetro de figuras regulares e irregulares hacia las ideas centrales asociadas al área de figuras planas.

Para esta transición, se considera la **Tarea matemática 5: calcular el área de polígonos regulares e irregulares usando unidades no convencionales**, la cual se centra en el cálculo de área por medio de unidades cuadradas. Junto a las otras tareas, se desarrolla una transición al Nivel III al ir incorporando la relación entre perímetro y área, aunque de una forma separada. Más adelante en la transición siguiente se explorará en dicha relación con más detalle.

Nivel II ERCE 2019 Relacionar objetos del entorno con polígonos o cuerpos geométricos. Resolver problemas que requieran utilizar características de cuerpos geométricos (ej. caras) para proponer soluciones de acuerdo al contexto. Calcular perímetros de polígonos regulares e irregulares.	Tarea matemática 4 Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros de polígonos regulares e irregulares.	Tarea matemática 5  <i>Desarrollo en la página siguiente</i> Calcular el área de polígonos regulares e irregulares usando unidades no convencionales (unidad cuadrada).	Tarea Matemática 6 Calcular el área de polígonos regulares usando unidades convencionales y algunas "fórmulas".	Nivel III ERCE 2019 Identificar relaciones de perpendicularidad y paralelismo en el plano. Resolver problemas complejos que involucren cálculo o estimación de áreas y perímetros de figuras geométricas.
--	---	--	---	--

En esta Tarea matemática se espera que las y los estudiantes identifiquen las superficies de las figuras geométricas propuestas (no convencionales) para avanzar hacia la definición del área de una figura. Para medir la superficie, se sugiere: (i) distinguir entre borde y superficie y (ii) usar unidades cuadradas para realizar la medición.

Tabla 5.
Variables didácticas
de la actividad para la
Tarea matemática 5.

Variable didáctica	Condiciones de realización
Tipo de figuras	Con líneas rectas
Características de la superficie de la figura	Figuras A y B Figura C



Primer momento

En el **primer momento** individual de esta actividad, se espera que las y los estudiantes identifiquen la superficie de una figura y la diferencien del borde de la misma. Posterior a ello, se espera que establezcan relaciones entre la superficie de una figura y su perímetro para construir la idea de área y calcularla con unidades de medida no estandarizadas. Para este momento se propone que el alumnado respondan las actividades de la siguiente ficha de trabajo (figura 6).

Figura 6. Ficha momento de trabajo individual transición 2 de sexto grado.

¿Cuál es la superficie de las figuras?

Observa las siguientes figuras y marca, usando un lápiz de color, cuál es el borde de cada una. Luego colorea, de otro color, la región interior de cada una de las figuras. Recorta el cuadrado (unidad cuadrada) que está en la esquina de este recuadro. Luego, mide la superficie de cada figura, usando las unidades cuadradas.

¿Cuántas unidades cuadradas mide la superficie de cada una de las figuras?

Recorta la unidad cuadrada

Figura A

Figura B

Figura C

El rol del o de la profesora en este momento se relaciona con la identificación de las respuestas correctas e incorrectas de sus estudiantes, considerando cuáles son las que presentan más dificultades. Además de ello, se hace necesario observar los procedimientos de medida usando la unidad cuadrada y observar si el grupo de alumnos genera algún tipo de registro que dé cuenta de la relación con el perímetro.



Segundo momento

En el **segundo momento** en duplas, las y los estudiantes deben comparar sus producciones considerando: (i) la distinción entre borde y superficie y (ii) las medidas obtenidas para cada figura usando la unidad cuadrada. Para esto, proponemos las siguientes preguntas para cada dupla:

Con estas preguntas, se espera que el o la docente potencie la discusión de la dupla, poniendo el énfasis en las decisiones de los y las estudiantes a la hora de medir la superficie con la unidad cuadrada.

Para esto, se sugiere que monitoree la discusión de cada dupla motivando la comunicación de las ideas envueltas en el primer momento.

- ¿Cuál es la superficie de cada figura?
- ¿Por qué coloreaste eso en cada caso?
- ¿Hubo alguna figura en la que te haya costado identificar más la superficie?, ¿por qué?
- ¿Cómo usaste la unidad cuadrada para obtener la medida de la superficie de cada figura?, ¿qué hiciste?



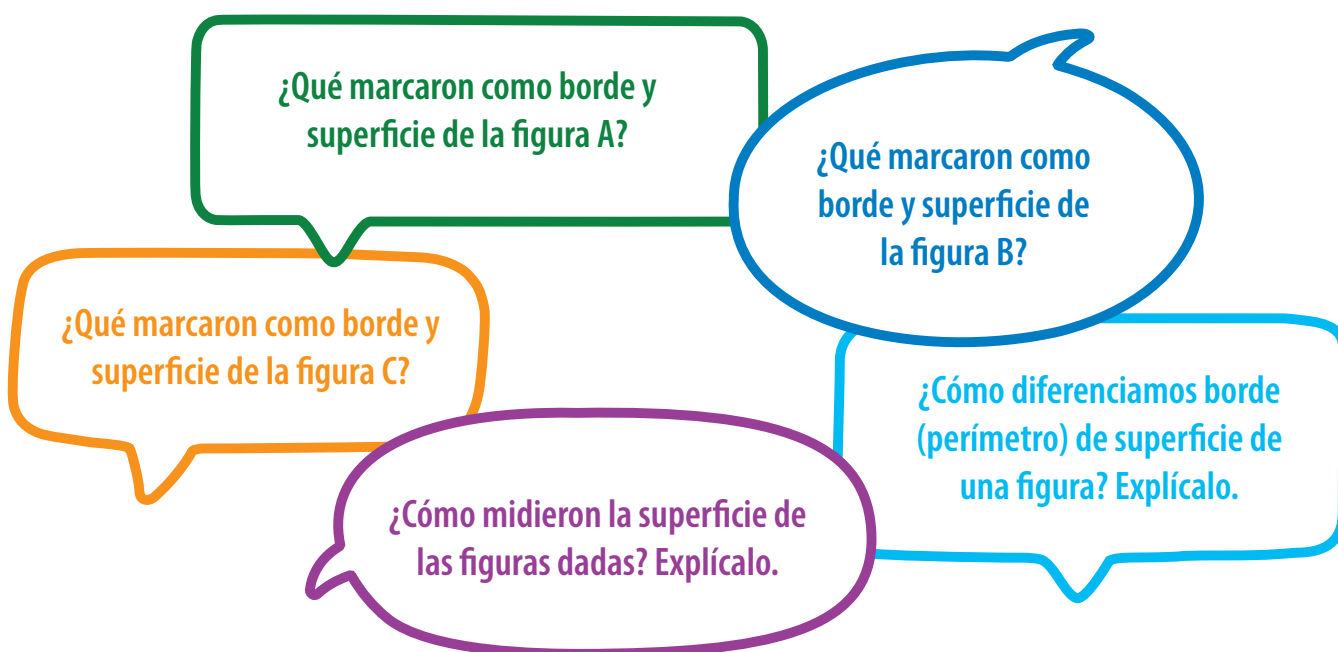


Tercer momento

En el **tercer momento**, en gran grupo, se propone que las duplas de estudiantes compartan sus respuestas con el resto del grupo. Para esto, el o la docente debe invitarles a mostrar sus resultados indicando el borde y superficie de cada figura y cómo midieron cada una. Se espera que en este momento se identifiquen las distintas posturas y se registren los resultados de cada grupo en la pizarra para promover la comprensión de lo realizado y su discusión.

Aquí, el o la docente debe mantener una actitud neutra frente a la discusión y no realizar juicios ni evaluar las ideas. El propósito es que los razonamientos opuestos, o no, emerjan naturalmente en la conversación.

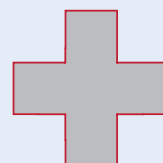
Así, se sugieren las siguientes preguntas para mediar la discusión durante este momento:



Para finalizar esta actividad, el profesor o la profesora sistematiza algunas **ideas clave**:



- El área de una figura de dos dimensiones es la medida de la superficie que cubre la figura.
- Podemos medir el área de una figura contando las unidades cuadradas que cubren su superficie.
- Todas las figuras tienen perímetro y área. El perímetro es el borde de una figura y el área su superficie.
- El profesor o la profesora muestra la siguiente figura, e indica cuál sería su perímetro y área. En la imagen el perímetro corresponde al borde rojo y el área a la superficie gris. Luego, usa unidades cuadradas para modelar el cálculo del área de la figura.






Actividad de aprendizaje para la Tarea matemática 9 (Nivel III a Nivel IV)

Finalmente, la tercera transición de **Nivel III a Nivel IV** propone la resolución de problemas asociados a las nociones de área y perímetro, avanzando hacia el establecimiento de relaciones entre ellas. En la siguiente tabla se señalan las Tareas Matemáticas propuestas en el dominio de geometría para ello. Para esta transición se profundizará en la **Tarea matemática 9: establecer relaciones entre área y perímetro de figuras geométricas**, pues avanza profundizando en la relación entre ellas.

Las y los estudiantes suelen pensar que estas dos magnitudes están directamente relacionadas y eso lleva a errores conceptuales sobre ellas. Por su parte, las Tareas Matemáticas que se proponen las y los preparan en la comprensión de perímetro y área por separado, dejando así las bases establecidas para alcanzar los aprendizajes propuestos en el último nivel.

Nivel III ERCE 2019 Identificar relaciones de perpendicularidad y paralelismo en el plano. Resolver problemas complejos que involucren cálculo o estimación de áreas y perímetros de figuras geométricas.	Tarea matemática 7 Resolver problemas complejos que involucren cálculo de perímetros de figuras geométricas con dos operaciones.	Tarea matemática 8 Resolver problemas complejos que involucren cálculo de áreas de figuras geométricas con dos operaciones.	Tarea matemática 9  <i>Desarrollo en la página siguiente</i> Establecer relaciones entre área y perímetro de figuras geométricas.	Nivel IV ERCE 2019 Clasificar cuerpos geométricos (conos, cilindros, prismas y pirámides) según sus elementos y características. Resolver problemas complejos que involucren cálculo de áreas de figuras geométricas con dos o más operaciones.
--	--	---	--	--

En esta actividad de aprendizaje se espera que las y los estudiantes establezcan relaciones entre área y perímetro de figuras planas. Para esta actividad se propone el uso del recurso geoplano, ya que con ello se pueden construir fácilmente diversas figuras 2D, identificar su perímetro contando los segmentos entre puntos e identificar su superficie contando unidades cuadradas. En la imagen se muestra un ejemplo de este material, el cual también existe en versiones digitales.

Las variables didácticas que se consideran para esta actividad se relacionan con las características de las figuras y con las operaciones necesarias y se describen en la tabla 6.

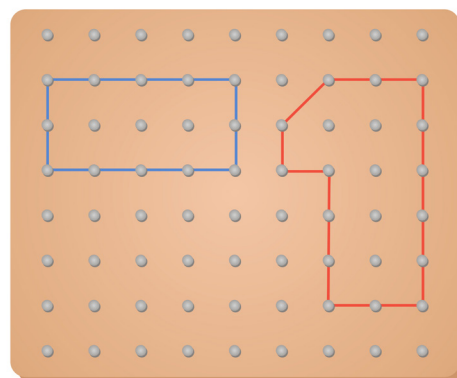


Tabla 6.
Variables didácticas de la actividad para la Tarea matemática 9.

Variable didáctica	Condiciones de realización
Cantidad de operaciones que resuelven los problemas de área o perímetro	Una operación / más de una operación
Tipo de operaciones que resuelven los problemas de área o perímetro	Adición / sustracción Multiplicación / división
Figuras 2D	Curvas / rectas



Primer momento
En el **primer momento individual** de esta actividad, se propone que, usando el geoplano, las y los estudiantes construyan rectángulos y registren sus características, considerando: largo, ancho, perímetro y área, en la siguiente hoja de trabajo.

Figura 7.
Ficha momento de trabajo individual transición 3 de sexto grado.

¿Mismo perímetro, misma área?				
En el geoplano, forma la mayor cantidad posible de rectángulos distintos y regístralo en la siguiente tabla.				
Rectángulo	Largo	Ancho	Perímetro	Área
A				
B				
C				
D				
E				

En este momento, el o la docente debe asegurarse de que sus estudiantes recuerden las nociones de área y perímetro para ir completando la tabla. Si no las recuerdan, debe indagar en sus conocimientos previos con preguntas como: ¿recuerdas cuando hablamos de borde y superficies de una figura? El borde es su perímetro y la superficie que cubre es su área.

Posteriormente, el o la docente debe identificar cómo sus estudiantes están midiendo el área y el perímetro de las figuras creadas usando el geoplano. Para esto, debe considerar cómo cuentan y usan las unidades cuadradas. El o la docente no debe evaluar esto, pero debe identificarlo para promover la formación de duplas que tengan distintos desempeños y puedan complementarse en los procedimientos realizados.



Segundo momento

En el **segundo momento**, se deben organizar las duplas para la confrontación y discusión de las ideas. Para esto, se proponen las siguientes preguntas:

El rol del o de la docente en este momento es el de monitorear el desarrollo de la discusión, conversando con las duplas e intencionando la comunicación de sus resultados y de las ideas matemáticas que los sustentan, particularmente sobre el uso del geoplano en cuanto a la identificación de las unidades lineales y cuadradas para medir perímetro y área, respectivamente.

- ¿Qué rectángulos formaste?
- ¿Qué medidas tienen?, ¿cómo las calculaste?
- ¿Tenemos algunos rectángulos que se repitan?, ¿cómo calculamos el área y el perímetro en esos casos?



Paola Merino Herrera



Tercer momento

En el **tercer momento**, en gran grupo, se plantea que las duplas presenten los resultados de su trabajo y su discusión. Para esto, el o la docente debe solicitarle a una dupla que dibuje en la pizarra las figuras que formaron. Luego, deben agruparlas considerando el área y el perímetro que calcularon para cada una.

El o la docente debe abrir la discusión considerando la cantidad de rectángulos diferentes que es posible formar y establecer relaciones considerando los valores de sus áreas y perímetros. En caso de que aparezcan figuras repetidas (congruentes), debe preguntar: ¿quién encontró una diferente? apelando así a las instrucciones dadas.

Posteriormente, cuando tengan una cantidad importante de rectángulos diferentes, se propone reflexionar alrededor de las siguientes preguntas:

¿Qué observaron respecto al perímetro de figuras de igual área?

¿Qué observas en el área y el perímetro de estos rectángulos?

¿Qué observaron respecto al área de figuras de igual perímetro?

Estas preguntas apuntan a conocer lo que las y los estudiantes han identificado en términos de las relaciones entre el perímetro y área, y particularmente si han visto figuras en las cuales crece el perímetro y disminuye su área.

Para finalizar esta actividad, el profesor o la profesora sistematiza algunas **ideas clave**:



- Para un determinado perímetro es posible formar figuras con diferentes áreas.
- Para una determinada área es posible formar figuras con diferentes perímetros.
- No existe relación directa entre el área y el perímetro de una figura.

Autoría

Este material fue elaborado por Claudia Cornejo Morales.

Referencias bibliográficas

Isoda, M. y Olfos, R. 2009. *La enseñanza de la multiplicación: el estudio de clases y las demandas curriculares*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Reyes, C., Dissett, L., Gormaz, R., Ortiz, A., Larraín, M. y Zanolco, P. 2013. *Geometría: para futuros profesores de educación básica (1a. ed.)*. Colección REFIP. Santiago de Chile, Ediciones SM.



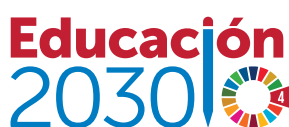
La UNESCO: líder mundial en educación

La educación es la máxima prioridad de la UNESCO porque es un derecho humano esencial y la base para consolidar la paz y el desarrollo sostenible. La UNESCO es la agencia de las Naciones Unidas especializada en educación. Proporciona un liderazgo a nivel mundial y regional para reforzar el desarrollo, la resiliencia y la capacidad de los sistemas educativos nacionales al servicio de todos los estudiantes. La UNESCO lidera los esfuerzos para responder a los desafíos mundiales actuales mediante un aprendizaje transformador, con un enfoque especial en la igualdad de género y África a través de todas sus acciones.



La Agenda Mundial de Educación 2030

En calidad de organización de las Naciones Unidas especializada en educación, la UNESCO ha recibido el encargo de dirigir y coordinar la Agenda de Educación 2030. Este programa forma parte de un movimiento mundial encaminado a erradicar la pobreza mediante la consecución, de aquí a 2030, de 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible. La educación, fundamental para alcanzar todos estos objetivos, cuenta con su propio objetivo específico, el ODS 4, que se ha propuesto ***“garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos”***. El Marco de Acción de Educación 2030 ofrece orientación para la aplicación de este ambicioso objetivo y sus compromisos.



Contacto

Oficina Regional Multisectorial
de la UNESCO en Santiago

Enrique Delpiano 2058,
7511019 Providencia
Santiago, Chile



santiago@unesco.org



www.unesco.org/es/fieldoffice/santiago



[@unescosantiago](https://twitter.com/unescosantiago)



[@unescosantiago](https://facebook.com/unescosantiago)



[@unesco.santiago](https://instagram.com/unesco.santiago)



[company/unescosantiago](https://company.unescosantiago.com)



[unescosantiago](https://youtube.com/unescosantiago)